

13. Van 27 darab 1 cm élű kockánk. Laponként csak egy szín használatával ki lehet festeni ezek lapjait lilára, fehérre és sárgára úgy, hogy ebből a készletből összeállítható legyen...
- (A) egy olyan $3 \times 3 \times 3$ -as kocka, melynek felszínén mindhárom szín megjelenik.
 - (B) egy lila-fehér felszínű $3 \times 3 \times 3$ -as kocka.
 - (C) egyszer egy csupa fehér, majd ugyanebből a készletből egy csupa sárga felszínű $3 \times 3 \times 3$ -as kocka.
 - (D) egyszer egy csupa fehér, majd ugyanebből a készletből egy csupa sárga, végül pedig ugyanebből a készletből egy csupa lila felszínű $3 \times 3 \times 3$ -as kocka.
 - (E) Az előzőek közül pontosan 2 válasz helyes.

A rendezvény támogatói:

BÉKÁSMEGYERI VERES PÉTER GIMNÁZIUM



ÓBUDA-BÉKÁSMEGYER ÖNKORMÁNYZATA



BME MATEMATIKA INTÉZET



„Agykutatóként azt kívánom hazám polgárainak, hogy az agyunkat egyre jobban lefoglaló külső információáradat ellenére képesek legyünk odafigyelni a lélek hangjára, több ezer éves hagyományainkat hordozó első világunkra. Csak így állíthatjuk alkotóképességünket, vágyainkat, az együttműködő szellem erejét közös felemelkedésünk szolgálatába.”

Idézet Dr. Freund Tamás akadémikus, az első Bolyai-díjas bejegyzéséből a Bolyai Díj Emlékkönyvébe. Budapest, 2000. április 2.

BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY®



BOLYAI FARKAS



BOLYAI JÁNOS

2020/21. KÖRZETI FORDULÓ 11. OSZTÁLY

A rendezvény fővédnökei:

Prof. Dr. FREUND TAMÁS akadémikus, a Magyar Tudományos Akadémia elnöke
Dr. AÁRY-TAMÁS LAJOS, az Oktatási Jogok Biztosa

A verseny megálmodója és a feladatsorok összeállítója:

NAGY-BALÓ ANDRÁS középiskolai tanár

A honlap és az informatikai háttér működtetője:

CSUKA RÓBERT villamosmérnök

A feladatsorok lektorálója:

CSUKA RÓBERT villamosmérnök

Anyanyelvi lektor:

PAPP ISTVÁN GERGELY középiskolai tanár



<http://www.bolyaiverseny.hu/matek912>

Az 1-13. feladatok megoldását a honlapon a megfelelő helyre tett X-szel jelöljétek! Előfordulhat, hogy egy feladatban több válasz is helyes.

1. Mennyi a $2^{\log_6 18} \cdot 3^{\log_6 3}$ pontos értéke?
 (A) $\log_{18} 3$ (B) 4 (C) 5 (D) $\log_3 18$ (E) 6
2. Melyik egész szám van legközelebb a számegegyenesen az $\frac{1}{\sqrt[4]{\frac{5}{4}+1} - \sqrt[4]{\frac{5}{4}-1}}$ értéket képviselő számhoz?
 (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4
3. Az $ABCD$ paralelogramma ABC szögének belső szögfelezője az AD egyenest P -ben metszi. Ha $PD=5$ cm, $BP=6$ cm és $CP=6$ cm, akkor hány cm lehet az AB oldal hossza?
 (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 8 (E) 9
4. A hazafiak vezére a $2x^2 + 4xy + 7y^2 - 12x - 2y + n = 0$ egyenletet küldte barátainak. A titkos üzenet az volt, hogy október n -edik napján legyen a felkelés. A hazafiak gyakran mondogatták, hogy a felkelés az egyetlen megoldás. Ez jellemezte n -et is: az egyenletet egyetlen (x,y) valós számpár elégítette ki. Mennyi lehet n értéke?
 (A) 15-nél kisebb (B) 18-nál több (C) 21-nél kisebb
 (D) 21-nél több (E) 27-nél kisebb
5. Legyenek x és y pozitív számok. Az alábbiakból mennyi lehet az x , $y + \frac{1}{x}$, $\frac{1}{y}$ számok legnagyobbika?
 (A) 1 (B) $\frac{4}{3}$ (C) $\sqrt{2}$ (D) $\frac{3}{2}$ (E) $\sqrt{3}$
6. Az $ABCD$ egység oldalú négyzet köré írt körön felvettünk egy M pontot. Az alábbiak közül mennyi lehet $MA \cdot MB \cdot MC \cdot MD$ értéke?
 (A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{2}{3}$ (E) $\frac{3}{4}$
7. Mátyás felírt egy legkisebb nevezőjű $\frac{a}{b}$ törtet; a, b pozitív egész; amelyre $\frac{47}{245} < \frac{a}{b} < \frac{34}{177}$. Mennyi lehetett ennek a törtnek a számlálója?
 (A) 20-nál kevesebb (B) 30-nál kevesebb (C) 30-nál több
 (D) 35-nél több (E) 40-nél több
8. Egy kocka minden lapján kijelöltük a középvonalak 1:3 arányú osztópontjait. A kocka térfogatának hányad része az így kijelölt pontok által meghatározott konvex test térfogata?
 (A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{2}{3}$ (E) $\frac{3}{4}$
9. Egy fiók mélyén három pár zokni van, melyek kissé különböznek egymástól. A fiókból egyesével kihalszva a zoknikat (nem látunk bele), mennyi annak a valószínűsége, hogy három húzás után még nem lesz a kivett zoknik között összetartozó pár?
 (A) 0,33-nál kevesebb (B) 0,33 (C) 0,33-nál több
 (D) 0,4 (E) 0,4-nél több
10. A 3, 15, 24, 48, ... számsor a 3 azon többszöröseiből áll, amelyek 1-gyel kisebbek egy négyzetszámnál. Mennyi a maradék, ha ennek a sorozatnak a 2021-edik tagját elosztjuk 1010-zel?
 (A) 1 (B) 3 (C) 5 (D) 7 (E) Az előzőek egyike sem.
11. Ha x és y olyan természetes számok, melyekre teljesül az $x^3 - y^3 = xy + 61$ egyenlőség, akkor
 (A) $x < 10$ (B) $y < 10$ (C) $x > 10$ (D) $y > 10$ (E) $x > 10$ és $y < 10$
12. Az egységoldalú $ABCD$ négyzet AB oldalán lévő E és az F pontokra $AE = \frac{1}{n}$ és $BF = \frac{1}{m}$, ahol m és n pozitív egész számok. A B pontból kiindulva, AB -vel 30° -os szöget bezáró egyenes érinti az EF , mint átmérő fölé, a négyzet belsőjébe rajzolt félkört. Az alábbiakból mennyi lehet az m és n értékek valamelyike?
 (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 6 (E) 8