

A rendezvény támogatói:



BÉKÁSMEGYERI VERES PÉTER GIMNÁZIUM



ÓBUDA-BÉKÁSMEGYER ÖNKORMÁNYZATA



BME MATEMATIKA INTÉZET

„Agykutatóként azt kívánom hazám polgárainak, hogy az agyunkat egyre jobban lefoglaló külső információáradat ellenére képesek legyünk odafigyelni a lélek hangjára, több ezer éves hagyományainkat hordozó belső világunkra. Csak így állíthatjuk alkotóképességünket, vágyainkat, az együttműködő szellem erejét közös felemelkedésünk szolgálatába.”

Idézet Dr. Freund Tamás akadémikus, az első Bolyai-díjas bejegyzéséből a Bolyai Díj Emlékkönyvébe. Budapest, 2000. április 2.

BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY®



BOLYAI FARKAS



BOLYAI JÁNOS

2019/20. KÖRZETI FORDULÓ 12. OSZTÁLY

A rendezvény fővédnökei:

Prof. Dr. FREUND TAMÁS akadémikus, a Magyar Tudományos Akadémia alelnöke
Dr. AÁRY-TAMÁS LAJOS, az Oktatási Jogok Biztosa

A verseny megálmodója és a feladatsorok összeállítója:

NAGY-BALÓ ANDRÁS középiskolai tanár

A honlap és az informatikai háttér működtetője:

CSUKA RÓBERT villamosmérnök

A feladatsorok lektorálója:

CSUKA RÓBERT villamosmérnök

Anyanyelvi lektor:

PAPP ISTVÁN GERGELY középiskolai tanár



<http://www.bolyaiverseny.hu/matek912>

Az 1-13. feladatok megoldását a válaszlapon a megfelelő helyre tett X-szel jelöljétek! Előfordulhat, hogy egy feladatban több válasz is helyes.

1. Az egymástól különböző a és b számokra $\frac{a}{b} + a = \frac{b}{a} + b$ teljesül. Az alábbiak közül mennyi lehet ekkor $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ értéke?

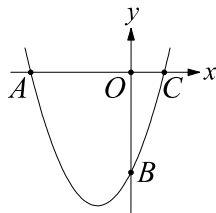
(A) -1 (B) $-\frac{1}{2}$ (C) 0 (D) $\frac{1}{2}$ (E) 1

2. A 2020-at felbontottuk néhány pozitív egész szám összegére. Milyen maradékot adhat 6-tal osztva ezen számok köbeinek összege?

(A) 0 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

3. Az ábrán látható $y = f(x) = x^2 + ax + b$ függvény grafikonjáról tudjuk, hogy az AB egyenes merőleges az $y = x$ egyenesre. Mennyi lehet a C pont abszcisszája?

(A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) 1 (D) 2 (E) 4



4. A $99! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 98 \cdot 99$ szorzatból az alábbiak közül hány tényező elhagyásával érhető el, hogy a megmaradó tényezők szorzata 2-esre végződjön?

(A) 18 (B) 19 (C) 20 (D) 21 (E) 22

5. Hány olyan különböző $(a; b)$ természetes számpárt írhatott le Dóri a füzetébe, amelyekre minden egész x esetén $x^2 + ax + b$ értéke többszöröse a 3-nak?

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 2 -nél kevesebb (E) 2 -nél több

6. Az alábbiak közül hány oldala lehet egy olyan sokszögnek, amelynek pontosan 11 darab szimmetriatengelye van?

(A) 99 (B) 100 (C) 101 (D) 1001 (E) 2020

7. Ha $(3x-1)^{10} = a_{10}x^{10} + a_9x^9 + a_8x^8 + a_7x^7 + a_6x^6 + a_5x^5 + a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$, akkor $a_{10} + a_9 + a_8 + a_7 + a_6 + a_5 + a_4 + a_3 + a_2 + a_1$ értéke...

(A) páros (B) páratlan (C) 1023 (D) 1024 (E) 1025

8. Egy egyenes körkúp alkotójának hossza is, alapkörének átmérője is 20 cm. Egy 2 cm széles öntapadós csíkból az alábbiak közül hány cm hosszúságú darab ragasztható a kúp palástjára gyűrődés, szakadás (vágás) és átfedés nélkül?

(A) 34 (B) 36 (C) 38 (D) 40 (E) 42

9. Az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax^5 + bx^3 + cx + 2$ függvényre $f(3) = 5$ teljesül. Az alábbiak közül melyik következik ebből?

(A) $f(0) = 2$ (B) $f(-3) = -5$ (C) $f(-3) = -1$

(D) $f(3) + f(-3) = 2$ (E) $f(2020) + f(-2020) = 4$

10. Az alábbiak közül hányszor hányas táblázat mezői tölthetők ki a $-1, 0, 1$ számokkal úgy, hogy a sorokban és az oszlopokban kijövő összegek egytől-egyig különbözőek legyenek?

(A) 10×10 (B) 11×11 (C) 12×12 (D) 2019×2019 (E) 2020×2020

11. A torznégyszög olyan négy oldalú alakzat, amelynek csúcsai nincsenek mind egy síkban. Összesen hány derékszöge lehet egy torznégyszögnek?

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

12. Az $(x; y)$ derékszögű koordináta-rendszerben egy pontot racionálisnak mondunk, ha mindkét koordinátája racionális szám. Ekkor létezik ebben a koordináta-rendszerben olyan kör, amelynek kerületén a különböző racionális pontok száma pontosan...

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 5

13. Anna és Béla találkozót beszéltek meg délután 5 és fél 6 közöttre. Mit mondhatunk azon esemény P valószínűségéről, hogy a korábban érkező nem vár 10 percnél többet a másikra, ha mindketten betartják, amit megbeszéltek, vagyis 5 és fél 6 között érkeznek véletlenszerűen?

(A) $P > 0,4$ (B) $P < 0,5$ (C) $P = 0,5$ (D) $P > 0,5$ (E) $P > 0,6$

A következő feladatot a válaszlapon kijelölt helyén oldjátok meg!

14. Ági egy négyzetrácsos papírból a bal oldali ábrán látható testet hajtogatta, majd a rácsvonalak mentén felvágta és széthajtogatta. Ám egy kis négyzetet elhagyott az ábráról, így kapta a jobb oldali ábrán látható hálót. Rajzoljátok le ezt a hálót a tizedik négyzettel együtt az összes lehetséges módon! Vigyázat, hibás rajzért pontlevonás jár! (A megoldást nem szükséges indokolni.)

