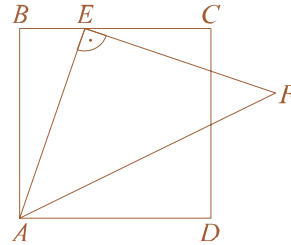


13. Az alábbiak közül hány cm oldalú, négyzet alakú csomagolópapír elegendő egy $\sqrt{2}$ cm, $2\sqrt{2}$ cm és $3\sqrt{2}$ cm élhosszúságú, téglatest formájú csomag becsomagolásához, ha a papírt nem vághatjuk szét, és a csomagolásnak hézagmentesen fednie kell a csomagot?

- (A) 5 (B) 7 (C) 8 (D) 9 (E) 11

A következő feladatot a válaszlap kijelölt helyén oldjátok meg!

14. Az $ABCD$ négyzet síkjában adott az ábrán látható módon az AEF egyenlő szárú, E -ben derékszögű háromszög. Ha E egy tetszőleges belső pontja BC -nek, akkor milyen értékeket vehet fel a DCF szög?



A rendezvény támogatói:

BÉKÁSMEGYERI VERES PÉTER GIMNÁZIUM



ÓBUDA-BÉKÁSMEGYER ÖNKORMÁNYZATA



BME MATEMATIKA INTÉZET



BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY®



BOLYAI FARKAS



BOLYAI JÁNOS

2019/20.
KÖRZETI FORDULÓ
11. OSZTÁLY

A rendezvény fővédnökei:

Prof. Dr. FREUND TAMÁS akadémikus, a Magyar Tudományos Akadémia alelnöke
Dr. AÁRY-TAMÁS LAJOS, az Oktatási Jogok Biztosa

A verseny megálmodója és a feladatsorok összeállítója:

NAGY-BALÓ ANDRÁS középiskolai tanár

A honlap és az informatikai háttér működtetője:

CSUKA RÓBERT villamosmérnök

A feladatsorok lektorálója:

CSUKA RÓBERT villamosmérnök

Anyanyelvi lektor:

PAPP ISTVÁN GERGELY középiskolai tanár



<http://www.bolyaiverseny.hu/matek912>

„Agykutatóként azt kívánom hazám polgárainak, hogy az agyunkat egyre jobban lefoglaló külső információáradat ellenére képesek legyünk odafigyelni a lélek hangjára, több ezer éves hagyományainkat hordozó belső világunkra. Csak így állíthatjuk alkotóképességünket, vágyainkat, az együttműködő szellem erejét közös felemelkedésünk szolgálatába.”

Idézet Dr. Freund Tamás akadémikus, az első Bolyai-díjas bejegyzéséből a Bolyai Díj Emlékkönyvébe. Budapest, 2000. április 2.

Az 1-13. feladatok megoldását a válaszlapon a megfelelő helyre tett X-szel jelöljétek! Előfordulhat, hogy egy feladatban több válasz is helyes.

1. Egy sorozat első tagja 934, és minden további tagot úgy kapunk, hogy az előző tag számjegyeinek összegét megszorozzuk 13-mal. Mennyi lesz a 2019. tagja ennek a sorozatnak?

(A) 52 (B) 91 (C) 130 (D) 208 (E) 934

2. 10 törpe közül mindegyik pontosan egyféle fagyfalt szeret a csokis, a vaníliás és a málnás közül. A törpék között vannak hazugok (akik mindig hazudnak) és igazmondók is (akik mindig igazat mondanak). Arra a kérdésre, hogy szereti-e a csokis fagyit, 10-en mondtak igent. A vaníliás fagyira 5-en mondtak igent, és a málnás fagyira 1 törpe válaszolt igennel. Összesen hány igazmondó van a 10 törpe között?

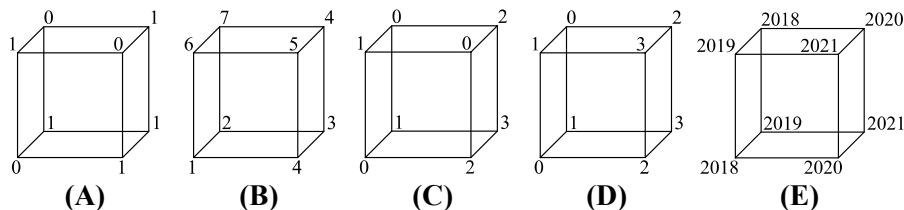
(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 8

3. Csalákék négyen élnek együtt: Ági, az édesanyja, az édesapja és a nagypapja. Ha Ági ösztöndíját megdupláznák, a család jövedelme 5%-kal növekedne; ha az édesanya fizetését dupláznák meg, akkor a család jövedelme 15%-kal emelkedne; ha pedig az édesapa fizetését dupláznák meg, akkor a család jövedelme 25%-kal emelkedne. Hány százalékkal növekedne a család jövedelme, ha a nagypapa nyugdíját dupláznák meg? (Egy-egy családtag minden hónapban ugyanakkora összeget kap.)

(A) 30-nál kevesebb (B) 35 (C) 45 (D) 55

(E) ezekből az adatokból nem lehet megállapítani

4. Egy kocka minden csúcsába egy-egy számot írtunk. Egy lépés során egy kockaél végén lévő mindkét számot 1-gyel növelhetjük. Az alábbiak közül melyik kockából indulva érhető el így, hogy a csúcsokban 8 egyforma szám álljon?



5. Összesen hány olyan oldala lehet egy háromszögnek, amely rövidebb a hozzá tartozó magasságnál?

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

(E) Az előzőek közül pontosan három válasz helyes.

6. Megadhatók olyan a, b, c és d valós számok, amelyekre az $x^2 + bx + c = 0$ és $x^2 + ax + d = 0$ egyenleteknek van közös gyöke, és...

(A) $0 < a < b < c < d$ (B) $a < 0 < b < c < d$ (C) $a < b < 0 < c < d$

(D) $a < b < c < 0 < d$ (E) $a < b < c < d < 0$

7. A Világűr Kupa legjobb 16 csapata közé bejutott két magyar csapat is: a Bolyai TC és az Eötvös TK. A verseny egyenes kiesési rendszerben folyik (tehát minden mérkőzés után az egyik továbbjut, a másik végleg kiesik). Minden fordulóban véletlenszerűen (kalapból sorsolva) alakítják ki a párokat, és bármely párosból azonos eséllyel nyer mindkét csapat. Mennyi annak a valószínűsége, hogy a Bolyai TC és az Eötvös TK játszik egymás ellen valamelyik fordulóban?

(A) 0,125-nél kevesebb (B) 0,125 (C) 0,25-nél kevesebb

(D) 0,25 (E) 0,5

8. Egy reggel az iskolában a táblára fel voltak írva a szomszédos pozitív egészek 1-től kezdve egy bizonyos számig. A hetes az egyik számot letörölte. Az egész ügy feledésbe merült volna, ha valaki nem jegyzi meg, hogy a megmaradt számok számtani közepe $\frac{45}{4}$ volt. Melyik számot törölte le a hetes?

(A) 3 (B) 6 (C) 21 (D) 22 (E) 67

9. Az ABC háromszögben AC -vel húzott párhuzamos az AB oldalt P -ben, a BC oldalt T -ben metszi. BC felezőpontja M , az AM és PT szakaszok metszéspontja pedig Q . Tudjuk, hogy $PQ = 3$ cm és $QT = 5$ cm. Hány cm lehet AC ?

(A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 12 (E) 13

10. Az alábbiak közül hányszor hányas táblázat mezőit tölthetők ki a $-1, 0, 1$ számokkal úgy, hogy a sorokban és az oszlopokban kijövő összegek egytől-egyig különbözőek legyenek?

(A) 10×10 (B) 11×11 (C) 12×12 (D) 2019×2019 (E) 2020×2020

11. Egy adott tetraéderhez legfeljebb hány olyan sík vehető fel, amely egyenlő távolságra halad a tetraédernek mind a négy csúcsától?

(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 7 (E) 9

12. A kockában az egy csúcsból kiinduló élek végpontjai egy-egy saroktetraédert határoznak meg. A kocka térfogatának mekkora részét töltik ki a kockának azok a pontjai, amelyek legalább két saroktetraéder közös részében helyezkednek el?

(A) kevesebb mint negyedét (B) negyedét (C) több mint negyedét

(D) felét (E) több mint felét