

A rendezvény támogatói:



BÉKÁSMEGYERI VERES PÉTER GIMNÁZIUM



ÓBUDA-BÉKÁSMEGYER ÖNKORMÁNYZATA



BME MATEMATIKA INTÉZET

„Agykutatóként azt kívánom hazám polgárainak, hogy az agyunkat egyre jobban lefoglaló külső információáradat ellenére képesek legyünk odafigyelni a lélek hangjára, több ezer éves hagyományainkat hordozó belső világunkra. Csak így állíthatjuk alkotóképességünket, vágyainkat, az együttműködő szellem erejét közös felemelkedésünk szolgálatába.”

Idézet Dr. Freund Tamás akadémikus, az első Bolyai-díjas bejegyzéséből a Bolyai Díj Emlékkönyvébe. Budapest, 2000. április 2.

BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY®



BOLYAI FARKAS



BOLYAI JÁNOS

2019/20. ORSZÁGOS DÖNTŐ 12. OSZTÁLY

A rendezvény fővédnökei:

Prof. Dr. FREUND TAMÁS akadémikus, a Magyar Tudományos Akadémia alelnöke
Dr. AÁRY-TAMÁS LAJOS, az Oktatási Jogok Biztosa

A verseny megálmodója és a feladatsorok összeállítója:

NAGY-BALÓ ANDRÁS középiskolai tanár

A honlap és az informatikai háttér működtetője:

CSUKA RÓBERT villamosmérnök

A feladatsorok lektorálója:

CSUKA RÓBERT villamosmérnök

Anyanyelvi lektor:

PAPP ISTVÁN GERGELY középiskolai tanár



<http://www.bolyaiverseny.hu/matek912>

Az 1-9. feladatok megoldását a válaszlapon a megfelelő helyre tett X-szel jelöljétek! Előfordulhat, hogy egy feladatban több válasz is helyes.

- Az ABC háromszög két csúcsának koordinátái $A(-1;1)$, $B(1;2)$. A harmadik csúcs C az x tengelyen van. A háromszög súlypontja egyenlő távol van a két koordinátatengelytől. Hány területegység az ABC háromszög területe?
(A) 2 (B) 2,5 (C) 3 (D) 3,5 (E) 4
- Összesen hány pozitív egész megoldása van az $\left[\frac{x}{10}\right] = \left[\frac{x}{11}\right] + 1$ egyenletnek?
($[a]$ az a egész részét jelöli.)
(A) 10 (B) 11 (C) 100 (D) 110
(E) Az előzőek közül egyik sem.
- Az alábbiakból mennyi lehet n , ha tudjuk, hogy akárhogyan is választunk ki n különböző számot az első száz természetes számból, található köztük négy úgy, hogy ezekből az első kettő összege megegyezze a második kettő összegével.
(A) 12 (B) 13 (C) 16 (D) 19 (E) 20
- Van olyan egész szám, mely huszadik hatványának utolsó két jegye közül valamelyik a ...
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 7 (E) 8
- Az $ABCD$ tetraéder AB élének egy pontján keresztül a tetraéder ACD , illetve BCD oldallapjával párhuzamos síkokat vettünk fel. Az így keletkezett két kis tetraéder térfogata 1 cm^3 és 8 cm^3 . Hány cm^3 lehet az $ABCD$ tetraéder térfogata?
(A) 12-nél több (B) 18-nál kevesebb (C) 25-nél kevesebb
(D) 26-nál több (E) 30-nál több
- Ha az $f_1(x) = ax^2 + bx + c_1$, $f_2(x) = ax^2 + bx + c_2$, $f_3(x) = ax^2 + bx + c_3$, ..., $f_{2020}(x) = ax^2 + bx + c_{2020}$ - másodfokú függvények közül f_1 -nek zérushelye x_1 , f_2 -nek x_2 , f_3 -nak x_3 , ..., f_{2020} -nak x_{2020} , akkor mennyi lehet $f_2(x_1) + f_3(x_2) + f_4(x_3) + \dots + f_{2020}(x_{2019}) + f_1(x_{2020})$ értéke?
(A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) $c_1 + c_2 + c_3 + \dots + c_{2019} + c_{2020}$
(E) $a + b + c_1 + c_2 + c_3 + \dots + c_{2019} + c_{2020}$

- Egy tetraéder valamennyi élén és a vele szemközti élnek a felezőpontján át egy-egy síkot fektetünk. Legfeljebb hány részre osztják ezek a síkok a tetraédert?
(A) 12 (B) 18 (C) 24 (D) 30 (E) 36

- Ha p , q , r valós számok páronként különbözők, és $q = p(4-p)$, $r = q(4-q)$, $p = r(4-r)$, mennyi lehet $p+q+r$ értéke?
(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) Az előzőek egyike sem.
- Egy kiállítóterem alaprajza konkáv 2019-szög alakú, a falak függőleges helyzetűek. A teremben teremőröket kell elhelyeznünk úgy, hogy mindegyik fal mindegyik pontja látható legyen valamelyik őr helyéről. Az alábbiak közül összesen hány őrral lehet ezt biztosan megoldani bármilyen konkáv 2019-szög is az alaprajz?
(A) 503 (B) 504 (C) 672 (D) 673 (E) 1011

A következő feladatot a válaszlapon kijelölt helyén oldjátok meg!

- Jelölje a_n azt a természetes számot, ahányféleképpen az n felírható 1-esek, 3-asok és 4-esek összegeként. (A sorrend számít, pl. $a_5 = 6$, mivel az 5 hatféleképpen írható fel ilyen számok összegeként:
 $1+1+1+1+1 = 1+1+3 = 1+3+1 = 3+1+1 = 1+4 = 4+1$)
Bizonyítsátok be, hogy a_{2020} négyzetszám!