

A rendezvény támogatói:



BÉKÁSMEGYERI VERES PÉTER GIMNÁZIUM



ÓBUDA-BÉKÁSMEGYER ÖNKORMÁNYZATA



BME MATEMATIKA INTÉZET

„Agykutatóként azt kívánom hazám polgárainak, hogy az agyunkat egyre jobban lefoglaló külső információáradat ellenére képesek legyünk odafigyelni a lélek hangjára, több ezer éves hagyományainkat hordozó belső világunkra. Csak így állíthatjuk alkotóképességünket, vágyainkat, az együttműködő szellem erejét közös felemelkedésünk szolgálatába.”

Idézet Dr. Freund Tamás akadémikus, az első Bolyai-díjas bejegyzéséből a Bolyai Díj Emlékkönyvébe. Budapest, 2000. április 2.

BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY®



BOLYAI FARKAS



BOLYAI JÁNOS

2018/19.
KÖRZETI FORDULÓ
10. OSZTÁLY

A rendezvény fővédnökei:

Prof. Dr. FREUND TAMÁS akadémikus, a Magyar Tudományos Akadémia alelnöke
Dr. AÁRY-TAMÁS LAJOS, az Oktatási Jogok Biztosa

A verseny megálmodója és a feladatsorok összeállítója:

NAGY-BALÓ ANDRÁS középiskolai tanár

A honlap és az informatikai háttér működtetője:

TASSY GERGELY középiskolai tanár

A feladatsorok lektorálója:

TASSYNÉ BERTA ANDREA középiskolai tanár

Anyanyelvi lektor:

PAPP ISTVÁN GERGELY középiskolai tanár

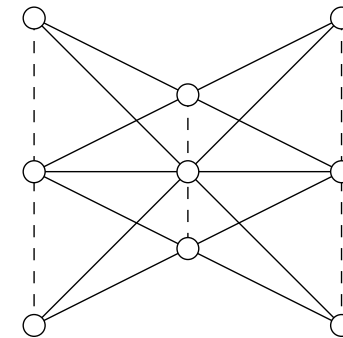


<http://www.bolyaiverseny.hu/matek912>

Az 1-13. feladatok megoldását a válaszlapon a megfelelő helyre tett X-szel jelöljétek! Előfordulhat, hogy egy feladatban több válasz is helyes.

- Összesen hány különböző valós gyöke van a $\sqrt{x^2 - 2x + 1} + \sqrt{1 - 2x + x^2} = 2$ egyenletnek?
(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4
- Két n oldalú sokszög összesen 64 pontban metszi egymást. Az alábbiak közül mennyi lehet n értéke?
(A) 8 (B) 16 (C) 20 (D) 30 (E) 32
- Hány oldalú lehet az a konvex sokszög, amelynek nincs két szomszédos tompaszöge?
(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9
- Tudjuk, hogy $a + b = c + d$, $a - b = 2$, illetve $c - d = 6$. Mennyi lehet ekkor $ab - cd$ értéke?
(A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8 (E) 10
- Egy iskolaigazgató magához rendelt néhány tanulót, akik vagy igazmondók, vagy hazugok (az igazmondó mindig igazat mond, a hazug mindig hazudik). Egyenként megkérdezte mindegyiküket az összes többi magához rendelt tanulóról (külön-külön), hogy az igazmondó-e vagy hazug. A válaszok között 44 alkalommal hangzott el az, hogy „igazmondó”, és 28 alkalommal az, hogy „hazug”. Összesen hány igaz választ kaphatott az igazgató?
(A) 12-nél kevesebb (B) 18-nál kevesebb (C) 36-nál kevesebb
(D) 54-nél több (E) 60-nál több
- Egy derékszögű háromszög oldalainak hossza a , b és c , ahol $a < b < c$, és ezek a számok mind egészek. Mekkora lehet $b - a$ értéke, ha $a + c = 49$?
(A) 1 (B) 3 (C) 7 (D) 13 (E) 23
- Egy folyosóról n szoba nyílik, és ezekben a szobákban összesen $n + 1$ ember van. Az első szoba ajtájára ezt írták: „Ebben a szobában 1 ember van”; a második szobára ezt: „Ebben a szobában 2 ember van”; és így tovább, a k -adik szoba ajtáján ez áll: „Ebben a szobában k ember van”. A feliratok közül pontosan egy hamis. Mennyi lehet a szobák száma?
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5
- Egy négyjegyű szám osztható 8-cal. Mennyi lehet a szám számjegyeinek összege?
(A) 29 (B) 30 (C) 33 (D) 34 (E) 35

- Az ábrán 9 almát láthatunk 10 sorban elhelyezve úgy, hogy minden sorban 3 alma van. Tudjuk, hogy 9 sorban a három alma együttes tömege azonos, de egy sorban a három alma együttes tömege más, mint a többiben. Digitális mérleg segítségével az alábbiak közül hány méréssel dönthető el biztosan, hogy a 10 sor közül melyik sorban más az almák együttes tömege, mint a többi sorban?
(A) 1 (B) 3 (C) 5 (D) 7 (E) 9



- Az a_1, a_2, \dots, a_n valós számokra $a_1 + a_2 + \dots + a_n = 0$ teljesül. Mely n esetén következik ebből, hogy $a_1 a_2 + a_2 a_3 + \dots + a_i a_{i+1} + \dots + a_n a_1 \leq 0$?
(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7
- Az 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 számokat két csoportba osztottuk úgy, hogy az első csoportban lévő számok szorzata megegyezik a második csoportban lévő számok összegével. Hány számból állhatott az első csoport?
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4
(E) A számokat nem lehet ilyen módon két csoportra osztani.
- Az $ABCD$ konvex négyszög BC oldalának felezőpontja E , a CD oldalának felezőpontja F . A négyszöget az AE , AF és EF szakaszok négy olyan háromszögre darabolják, amelyek területeinek mérőszámai egymást követő természetes számok. Legfeljebb mennyi lehet ekkor az alábbiak közül az ABD háromszög területének mérőszáma?
(A) 4 (B) 6 (C) 8 (D) 9 (E) 10
- Az alábbiak közül hány lappal rendelkező egybevágó konvex poliéderekből lehet két párhuzamos sík közé végtelen sokat elhelyezni úgy, hogy egyet se lehessen közülük e két sík közötti részből a síkra merőlegesen kimozdítani egy másik elmozdítása nélkül?
(A) 4 (B) 6 (C) 14 (D) 15
(E) Az előzőek egyike sem, mert csak konkáv poliéderekkel lehet ezt elérni.

A következő feladatot a válaszlapon kijelölt helyén oldjátok meg!

- Egy derékszögű háromszög befogóinak hossza a és b , átfogójának hossza c . Bizonyítsátok be, hogy ekkor $\frac{ab + bc + ca}{2} < c^2$!