

„Agykutatóként azt kívánom hazám polgárainak, hogy az agyunkat egyre jobban lefoglaló külső információáradat ellenére képesek legyünk odafigyelni a lélek hangjára, több ezer éves hagyományainkat hordozó belső világunkra. Csak így állíthatjuk alkotóképességünket, vágyainkat, az együttműködő szellem erejét közös felemelkedésünk szolgálatába.”

Idézet Dr. Freund Tamás akadémikus, az első Bolyai-díjas bejegyzéséből a Bolyai Díj Emlékkönyvébe. Budapest, 2000. április 2.

BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY®



BOLYAI FARKAS

2017/18. ORSZÁGOS DÖNTŐ 11. OSZTÁLY



BOLYAI JÁNOS

A rendezvény fővédnökei:

Prof. Dr. FREUND TAMÁS, a Magyar Tudományos Akadémia alelnöke
Dr. AÁRY-TAMÁS LAJOS, az Oktatási Jogok Biztosa

A verseny megálmodója és a feladatsorok összeállítója:

NAGY-BALÓ ANDRÁS középiskolai tanár

A honlap és az informatikai háttér működtetője:

TASSY GERGELY középiskolai tanár

A feladatsorok lektorálója:

TASSYNÉ BERTA ANDREA középiskolai tanár

Anyanyelvi lektor:

PAPP ISTVÁN GERGELY középiskolai tanár



<http://www.bolyaiverseny.hu/matek912>

Az 1-9. feladatok megoldását a válaszlapon a megfelelő helyre tett X-szel jelöljétek! Előfordulhat, hogy egy feladatban több válasz is helyes.

- Egy bizottság 40-szer ülésezett. Mindegyik ülésen pontosan 10 fő volt jelen. A bizottság bármely két tagja legfeljebb egy ülésen vett együtt részt. Ekkor a bizottság tagjainak száma...
(A) lehet 60-nál kevesebb (B) lehet 62-nél kevesebb (C) lehet 62
(D) lehet 63 (E) biztosan 63-nál több
- A tuspai egyetemen a legeredményesebb tanulók kétféle ösztöndíjat pályázhatnak meg. A kiemelt ösztöndíj egyik feltétele az, hogy a legutóbbi félévben szerzett jegyek átlaga 4,5 fölött legyen. A köztársasági ösztöndíjhoz viszont legalább 4,51-os átlag szükséges. Az alábbiak közül egy tanulónak összesen hány jegye lehet egy félévben ahhoz, hogy az átlaga 4,5 fölött legyen, de a 4,51-ot ne érje el? (Az osztályzatok értéke 1, 2, 3, 4 és 5 lehet.)
(A) 50 (B) 51 (C) 52 (D) 53 (E) 54
- Egy „majdnem szabályos” H_0 háromszög szögeinek nagysága $59,5^\circ$, 60° és $60,5^\circ$. Tekintsük a háromszögek következő sorozatát: Legyen H_1 a H_0 talpponti háromszöge, H_2 a H_1 talpponti háromszöge, és így tovább. A talpponti háromszögek sorozatában melyik lesz az első tompaszögű háromszög? (Ha az ABC háromszög három magasságának talppontja A_1 , B_1 , C_1 , akkor az $A_1B_1C_1$ háromszög talpponti háromszöge az ABC háromszögnek.)
(A) H_3 (B) H_4 (C) H_5 (D) H_6 (E) H_7
- Gábor egy labirintust akart tervezni. Vett egy négyzethálós papírt, és kijelölt rajta egy jó nagy négyzetet. (Ennek során és utána is mindvégig a négyzetháló vonalait követve, rácsponttól rácspontig haladt.) Ezután a négyzeten belül berajzolt néhány vonalat, összesen 400 egység hosszúságban. Ezek lettek a labirintus válaszfalai. Amikor elkészült, észrevette, hogy labirintusában bármelyik egységnégyzetből bármelyik másikba pontosan egyféleképpen lehet eljutni, leszámítva azokat az utakat, amelyek valamelyik egységnégyzeten többször is áthaladnak. Hány egység hosszú lehet a lefelől megrajzolt négyzet oldala? (Az egység a négyzetháló legkisebb négyzetének oldala.)
(A) 16-nál több (B) 20-nál több (C) 24-nél több
(D) 28-nál több (E) 30-nál több
- Az S_1 és S_2 síkok merőlegesek egymásra. Az e egyenes mindkét síkkal 30° -os szöget zár be. Hány fokos szöget zár be az e egyenes a két sík metszésvonalával?
(A) 15 (B) 30 (C) 45 (D) 60 (E) 90

- Egy kör AB és CD húrja a P pontban metszi egymást. Ha $AB=12$ cm, $DP=4$ cm és $PC=5$ cm, akkor a $\frac{BC}{AD}$ arány értéke lehet...
(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{3}{2}$ (C) $\frac{6}{5}$ (D) $\frac{2}{1}$ (E) $\frac{5}{2}$
- Az f olyan függvény, amelyre $f(1)+f(2)=10$, továbbá bármely a és b valós szám esetén $f(a+b)=f(a)+f(b)+2\sqrt{f(a)f(b)}$ teljesül. Mennyi $f(2^{2018})$ értéke?
(A) 2^{2017} (B) 2^{2018} (C) 2^{2036} (D) 2^{4036} (E) 2^{4037}
- Anna és Bori a következő játékot játssza: az első 100 pozitív egész közül véletlenszerűen kiválasztanak n darabot (bármelyik szám- n -es egyenlő valószínűséggel kerül kiválasztásra), és ha ezek összege páros, akkor Anna nyer, egyébként pedig Bori. Az alábbiak közül n mely értékeire lesz Bori nyerési esélye nagyobb, mint Anna nyerési esélye?
(A) 14 (B) 15 (C) 16 (D) 17 (E) 18
- Az ABC alapú $ABCD$ háromoldalú szabályos gúlát, valamint a vele egybevágó $ABCE$ gúlát alapjaik mentén összeillesztettük, így a keletkező hatlapú test minden lapszöge ugyanakkora lett. (Lapszög alatt a test két egymáshoz csatlakozó lapjának hajlásszögét értjük.) Mennyi lehet ekkor a $\frac{DE}{BC}$ arány?
(A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{1}{1}$ (E) $\frac{3}{2}$

A következő feladatot a válaszlapon kijelölt helyén oldjátok meg!

- Van 1000 darab egységnyi élű tömör kockánk. Ezekből egy egységnyi falvastagságú, belül üres kockát szeretnénk készíteni. A kis kockákat össze szabad ragasztani, feldarabolni azonban nem. Mekkora a legnagyobb (külső) térfogatú kocka, amelyet így el tudunk készíteni? (Nem muszáj az összes kockát felhasználnunk.) Válaszotokat indokoljátok!