

„Agykutatóként azt kívánom hazám polgárainak, hogy az agyunkat egyre jobban lefoglaló külső információáradat ellenére képesek legyünk odafigyelni a lélek hangjára, több ezer éves hagyományainkat hordozó belső világunkra. Csak így állíthatjuk alkotóképességünket, vágyainkat, az együttműködő szellem erejét közös felemelkedésünk szolgálatába.”

*Idézet Dr. Freund Tamás akadémikus, az első Bolyai-díjas bejegyzéséből a Bolyai Díj Emlékkönyvébe. Budapest, 2000. április 2.*

## BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY®



BOLYAI FARKAS

### 2017/18. ORSZÁGOS DÖNTŐ 9. OSZTÁLY



BOLYAI JÁNOS

#### A rendezvény fővédnökei:

Prof. Dr. FREUND TAMÁS, a Magyar Tudományos Akadémia alelnöke  
Dr. AÁRY-TAMÁS LAJOS, az Oktatási Jogok Biztosa

#### A verseny megálmodója és a feladatsorok összeállítója:

NAGY-BALÓ ANDRÁS középiskolai tanár

#### A honlap és az informatikai háttér működtetője:

TASSY GERGELY középiskolai tanár

#### A feladatsorok lektorálója:

TASSYNÉ BERTA ANDREA középiskolai tanár

#### Anyanyelvi lektor:

PAPP ISTVÁN GERGELY középiskolai tanár



<http://www.bolyaiverseny.hu/matek912>

**Az 1-9. feladatok megoldását a válaszlapon a megfelelő helyre tett X-szel jelöljétek! Előfordulhat, hogy egy feladatban több válasz is helyes.**

- Egy 100 méter széles folyó partjai párhuzamos egyenesek. A folyóban van néhány (véges számú) sziget, amelyek együttes kerülete 800 méter. Mind-egyik szigetnek a folyó partjaival párhuzamosan és arra merőlegesen is van kiterjedése. Az alábbiak közül a part tetszőleges pontjától indulva, hány méter evezéssel lehet biztosan átjutni a túlpartra, ha a csónakot kiterjedés nélkülinek tekintjük?  
(A) 200 (B) 250 (C) 300 (D) 350 (E) 365
- Ha az  $\overline{ABCD}$  négyjegyű számban  $\overline{ABCD} = \overline{AB} \cdot \overline{CD} + \overline{AB}^2$  teljesül, akkor a  $C$  értéke lehet...  
(A) 3 (B) 4 (C) 6 (D) 8 (E) 9
- Van olyan csupa különböző oldalhosszal rendelkező négyszög, amelyben...  
(A) *a legkisebb szög a legkisebb oldalon van*  
(B) *a legkisebb szög a legnagyobb oldalon van*  
(C) *a legkisebb szög nem a legnagyobb oldalon van*  
(D) *a legnagyobb szög a legkisebb oldalon van*  
(E) *a legnagyobb szög a legnagyobb oldalon van*
- A tuspai egyetemen a legeredményesebb tanulók kétféle ösztöndíjat pályázhatnak meg. A kiemelt ösztöndíj egyik feltétele az, hogy a legutóbbi félévben szerzett jegyek átlaga 4,5 fölött legyen. A köztársasági ösztöndíjhoz viszont legalább 4,51-os átlag szükséges. Az alábbiak közül egy tanulónak összesen hány jegye lehet egy félévben ahhoz, hogy az átlaga 4,5 fölött legyen, de a 4,51-et ne érje el? (Az osztályzatok értéke 1, 2, 3, 4 és 5 lehet.)  
(A) 50 (B) 51 (C) 52 (D) 53 (E) 54
- A törpék városában, ahol 200-an élnek, járvány tört ki: néhányan megfáztak és influenzások lettek. Ezután a járvány fertőzéssel terjedt: ha egy egészséges törpe meglátogatta valamelyik beteg barátját, akkor másnapra ő is beteg lett. A törpék egy napig betegek, utána egy napig immunisak (aznap nem fertőződhetnek meg), majd a következő naptól újra egészségesek. Minden egészséges (de nem immunis) törpe naponta meglátogatja minden beteg barátját. Ha valamelyik törpe a járvány első napján be volt oltva (vagyis azon a napon immunis volt), akkor előfordulhat, hogy a járvány tovább tart, mint...  
(A) 100 nap (B) 200 nap (C) 365 nap (D) 2 év (E) 10 év

- A  $2014 \cdot 2016 \cdot 2018 \cdot 2020 + 16$  műveletsor eredménye...  
(A) *osztható 7-tel* (B) *osztható 13-mal* (C) *osztható 27-tel*  
(D) *osztható 37-tel* (E) *négyzetszám*
- Az  $a$ ,  $b$  és  $c$  olyan valós számok, amelyekre teljesül az  $a^3 - b^3 - c^3 = 3abc$  és az  $a^2 = 2(b+c)$  összefüggés. Az alábbiak közül mennyi lehet  $a$  értéke?  
(A)  $-4$  (B)  $-2$  (C)  $0$  (D)  $2$  (E)  $4$
- Az  $ABCD$  trapéz átlói merőlegesen egymásra, párhuzamos oldalainak hossza  $AB = a$  és  $CD = c$ , szárainak hossza pedig  $BC = b$  és  $DA = d$ . Ekkor előfordulhat, hogy...  
(A)  $a+c < b+d$  (B)  $a+c > b+d$  (C)  $ac < bd$   
(D)  $ac > bd$  (E)  $ac = bd$
- Anna és Bori a következő játékot játssza: az első 100 pozitív egész közül véletlenszerűen kiválasztanak  $n$  darabot (bármelyik szám- $n$ -es egyenlő valószínűséggel kerül kiválasztásra), és ha ezek összege páros, akkor Anna nyer, egyébként pedig Bori. Az alábbiak közül  $n$  mely értékeire lesz egyenlő Anna és Bori nyerési esélye?  
(A) 16 (B) 17 (C) 18 (D) 19 (E) 20

**A következő feladatot a válaszlap kijelölt helyén oldjátok meg!**

- Adott öt olyan szakasz, amelyek közül bármelyik háromból háromszög szerkeszthető. Bizonyítsátok be, hogy ezen háromszögek közül legalább egy hegyesszögű!