

„Agykutatóként azt kívánom hazám polgárainak, hogy az agyunkat egyre jobban lefoglaló külső információáradat ellenére képesek legyünk odafigyelni a lélek hangjára, több ezer éves hagyományainkat hordozó belső világunkra. Csak így állíthatjuk alkotóképességünket, vágyainkat, az együttműködő szellem erejét közös felemelkedésünk szolgálatába.”

Idézet Dr. Freund Tamás akadémikus, az első Bolyai-díjas bejegyzéséből a Bolyai Díj Emlékkönyvébe. Budapest, 2000. április 2.

BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY®



BOLYAI FARKAS

2016/17.
ORSZÁGOS DÖNTŐ
10. OSZTÁLY



BOLYAI JÁNOS

A rendezvény fővédnökei:

Prof. Dr. FREUND TAMÁS, a Magyar Tudományos Akadémia alelnöke
Dr. AÁRY-TAMÁS LAJOS, az Oktatási Jogok Biztosa

A verseny megálmodója és a feladatsorok összeállítója:

NAGY-BALÓ ANDRÁS középiskolai tanár

A honlap és az informatikai háttér működtetője:

TASSY GERGELY középiskolai tanár

A feladatsorok lektorálója:

TASSYNÉ BERTA ANDREA középiskolai tanár

Anyanyelvi lektor:

PAPP ISTVÁN GERGELY középiskolai tanár



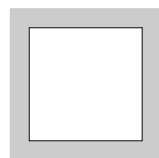
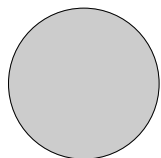
<http://www.bolyaiverseny.hu/matek912>

Az 1-9. feladatok megoldását a válaszlapon a megfelelő helyre tett X-szel jelöljétek! Előfordulhat, hogy egy feladatban több válasz is helyes.

1. Négy üzletközpont mindegyike az alábbi mondatok egyikét írta a főbejáratához (mindegyik másikat):
1. Minden, ami olcsó, az nem finom.
 2. Minden, ami nem finom, az olcsó.
 3. Minden, ami finom, az nem olcsó.
 4. Nem minden finom olcsó.

Melyik két állítás értelme azonos a fentiek közül?

- (A) 1. és 2. (B) 2. és 3. (C) 3. és 4. (D) 1. és 3. (E) 2. és 4.
2. Összesen hány olyan részhalmaza van az $\{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ halmaznak, amelyben nem szerepel három szomszédos egész szám?
- (A) 40 (B) 44 (C) 48 (D) 52 (E) 56
3. Az ABC derékszögű háromszögben $ABC\angle = 90^\circ$ és $CAB\angle = 50^\circ$. A P és Q pontok a BC befogó olyan pontjai, amelyekre $PAC\angle = 10^\circ$ és $QAB\angle = 10^\circ$. Mekkora a CP és a QB szakasz hosszának aránya?
- (A) 1:1 (B) 1:3 (C) 2:1 (D) 3:1 (E) 3:2
4. Egy híres ember – a múlt század szülöttje – 1999-ben éppen annyi idős volt, mint születési éve számjegyei négyzetének összege. Az alábbiak közül melyik számjegy fordul elő ennek az embernek a születési évszámában?
- (A) 0 (B) 2 (C) 4 (D) 6 (E) 8
5. Egy papírlapból ki van vágva egy 5×5 cm-es, négyzet alakú lyuk (egy 5 cm oldalú négyzet). Az alábbiak közül hány centiméter átmérőjű (elhanyagolható vastagságú) merev fakorong fér át ezen a lyukon? (A papírlapot lehet hajlítani vagy hajtogatni, de nem szabad nyújtani vagy tépni.)



- (A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9 (E) 11
6. Összesen hány négyzetszám van a 14; 144; 1444; 14444; 144444; 1444444; ... sorozatban? (A sorozat minden tagja 1-essel kezdődik, és a másodiktól kezdve minden tag eggyel több 4-est tartalmaz, mint a megelőző.)
- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) végtelen sok

7. Béla egy olyan ABC háromszöget rajzolt, amelynek M magasságpontjára igaz, hogy $MC = AB$. Mekkora lehet ekkor az ACB szög nagysága?
- (A) 30° (B) 45° (C) 60° (D) 120° (E) 135°
8. Az x , y és z valós számokra $\sqrt{x} + \sqrt{y-1} + \sqrt{z-2} = \frac{1}{2}(x + y + z)$ teljesül. Mennyi lehet ekkor x , y és z valamelyike?
- (A) $\frac{7}{4}$ (B) 2 (C) $\sqrt{5}$ (D) 3 (E) 6
9. Adott az $ABCD A' B' C' D'$ kocka, amelyben $AA' \parallel BB' \parallel CC' \parallel DD'$, és $ABCD$ az alaplappal. Az X pont állandó sebességgel futja be az $ABCD$ négyzet kerületét a leírt körüljárási irányban ($A - B - C - D - A - \dots$), míg az Y pont ugyanakkora sebességgel a $B' C' C B$ négyzet kerületét futja be, szintén a leírt körüljárási irányban. Ha X és Y ugyanabban a pillanatban indul el az A , illetve a B' pontból, akkor milyen alakzat lesz az XY szakasz felezőpontjainak mértani helye?
- (A) egy trapéz (B) egy paralelogramma (C) egy rombusz
(D) egy téglalap (E) egy négyzet

A következő feladatot a válaszlapon kijelölt helyén oldjátok meg!

10. Az ABC egyenlő szárú derékszögű háromszög AC átfogóján úgy vettük fel az M és K pontokat, hogy M az A és K közé esik, és $MBK\angle = 45^\circ$. Bizonyítsatok be, hogy $MK^2 = AM^2 + KC^2$!