

„Agykutatóként azt kívánom hazám polgárainak, hogy az agyunkat egyre jobban lefoglaló külső információáradat ellenére képesek legyünk odafigyelni a lélek hangjára, több ezer éves hagyományainkat hordozó belső világunkra. Csak így állíthatjuk alkotóképességünket, vágyainkat, az együttműködő szellem erejét közös felemelkedésünk szolgálatába.”

Idézet Dr. Freund Tamás akadémikus, az első Bolyai-díjas bejegyzéséből a Bolyai Díj Emlékkönyvébe. Budapest, 2000. április 2.

BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY®



BOLYAI FARKAS

2015/16. ORSZÁGOS DÖNTŐ 9. OSZTÁLY



BOLYAI JÁNOS

A rendezvény fővédnökei:

Prof. Dr. FREUND TAMÁS, a Magyar Tudományos Akadémia alelnöke
Dr. AÁRY-TAMÁS LAJOS, az Oktatási Jogok Biztosa

A verseny megálmodója és a feladatsorok összeállítója:

NAGY-BALÓ ANDRÁS középiskolai tanár

A honlap és az informatikai háttér működtetője:

TASSY GERGELY középiskolai tanár

A feladatsorok lektorálója:

TASSYNÉ BERTA ANDREA középiskolai tanár

Anyanyelvi lektor:

PAPP ISTVÁN GERGELY középiskolai tanár



<http://www.bolyaiverseny.hu/matek912>

Az 1-4. feladatok megoldását a válaszlapon a megfelelő helyre tett X-szel jelöljétek! Előfordulhat, hogy egy feladatban több válasz is helyes.

1. Egy 2015×2015 -ös négyzetrács minden mezőjébe beírtunk egy-egy 1-nél nem nagyobb abszolútértékű valós számot úgy, hogy a négyzetrács bármely 2×2 -es négyzetében a számok összege 0. Az alábbiak közül mennyi lehet a négyzetrácsba beírt összes szám összege?
(A) 1000 (B) 1007 (C) 1008 (D) 2015 (E) 2016
2. Melyik állítás igaz az alábbiak közül?
(A) *Egy olyan négyjegyű szám, amelynek 2-2 számjegye azonos, nem lehet prímszám.*
(B) *Összesen két olyan háromjegyű szám van, amelynek mindhárom számjegye különböző és az adott szám prímtenyezői közül való.*
(C) *Három házaspár el tud úgy helyezkedni egy kör alakú asztal körül egy szabályos hatszög csúcsaiban, hogy házaspárok ne kerüljenek se egymás mellé, se egymással szembe.*
(D) *Egy egész szám pontosan akkor írható fel két négyzetszám összegeként, ha kétszerese is felírható két négyzetszám összegeként.*
(E) *Ha $x^2 + y^2 - 8x - 6y + 21 = 0$, akkor $2 \leq x \leq 6$ és $1 \leq y \leq 5$.*
3. Egy legalább 4 oldalú konvex sokszögben összesen hány oldal lehet azonos hosszúságú a leghosszabb átlóval?
(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4
4. Az alábbiak közül k mely értékére igaz, hogy az 1, 2, 3, ..., 1000 számok közül bármely k darabot törölve, a megmaradó $1000 - k$ szám között biztosan lesz két olyan szám, amelyek közül az egyik osztója a másiknak?
(A) 498 (B) 499 (C) 500 (D) 501 (E) 502

A következő feladatot a válaszlap kijelölt helyén oldjátok meg!

5. Az a , b , c egész számok olyanok, hogy az $\frac{ab+bc+ca}{a+b+c}$ tört értéke egész szám. Bizonyítsátok be, hogy ekkor $\frac{a^2+b^2+c^2}{a+b+c}$ is egész szám!