BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY
ORSZÁGOS DÖNTŐ – ÍRÁSBELI FORDULÓ, 2011. NOVEMBER 26.

MEGOLDÓKULCS és JAVÍTÁSI ÚTMUTATÓ

	3. osztály	4. osztály	5. osztály		6. osztály	7. osztály	8. osztály	
1.	**E**	**E**	**D**	1.	**A B C D**	**A B D E**	**E**	1.
2.	**A B C D**	**B C D**	**D**	2.	**D**	**A B E**	**B C D**	2.
3.	**C**	**B D E**	**A D E**	3.	**E**	**B C**	**A B C D**	3.
4.	**C**	**B C E**	**C**	4.	**D**	**C**	**A B C D E**	4.
5.	**E**	**C D E**	**C**	5.	**B**	**A B**	**D**	5.
6.	**A C E**	**B**	**D**	6.	**A B C D E**	**A B C**	**B**	6.
7.	**B E**	**C D E**	**A E**	7.	**D**	**A B C D**	**C**	7.
8.	**C**	**A B**	**E**	8.	**B C**	**A**	**D E**	8.
9.	**D**	**B C**	**C D E**	9.	**B D**	**C**	**A C D E**	9.
10.	**A C E**	**C D E**	**B C D**	10.	**A B C D E**	**C D**	**A D**	10.
11.	**A C D E**	**C D E**	**B E**	11.	**C**	**C D**	**C**	11.
12.	**D**	**A B C D E**	**A C D E**	12.	**B D E**	**C**	**B C D E**	12.
13.	**B D E**	**B D E**	**A C E**	13.	**A B C E**	**C D E**	**A C**	13.
Max.	*117+16 pont*	*135+16 pont*	*117+16 pont*	*Max.*	*127+16 pont*	*123+16 pont*	*127+16 pont*	*Max.*

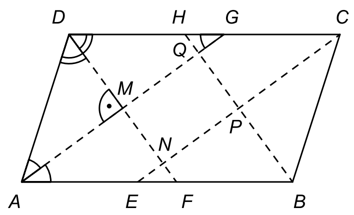
3. osztály 14. feladat: Ötféle felírás lehetséges: $99=49+50$; $99=32+33+34$; $99=14+15+16+17+18+19$; $99=7+8+9+10+11+12+13+14+15$; $99=4+5+6+7+8+9+10+11+12+13+14$. Négy jó megoldás megtalálásáig megoldásonként **3-3 pont**, mind az öt megoldásért összesen **16 pont** jár.

4. osztály 14. feladat: Ha a felső szám első számjegyét elosztjuk a második számjegyével, akkor alatta a hányados és a maradék ebben a sorrendben kerülnek egymás mellé (**8 pont**). A kérdőjel helyére így az 52, a 73 vagy a 94 kerülhet. Az elsőnek megtalált helyes szám **2 pontot**, a következő két helyes szám egyenként **3-3 pontot** ér.
Ha valaki a szabályt a $8=5\cdot1+3$; $6=3\cdot2+0$; $8=6\cdot1+2$ észrevételekből vonja le, akkor a 10 és a 31 is jó megoldás. Ekkor az első három helyes szám **2-2 pontot**, a következő kettő **1-1 pontot** ér. Az ezektől eltérő, mindegyik kőrlap számaira egyaránt érvényes szabály esetén a leírttal arányos pontozás érvényes. (Összesen **max. 16 pont**.)

5. osztály 14. feladat: Egy perc elteltével a képernyőn megjelenik a $3\cdot4+18=30$ (**2 pont**). Két perc elteltével a $3\cdot0+18=18$, három perc elteltével az $1\cdot8+18=26$, négy perc elteltével a $2\cdot6+18=30$ jelenik meg (**3 pont**), ezután újra a 18, 26, 30, vagyis 3 percenként ismétlődnek a számok (**5 pont**). Mivel $2011=3\cdot670+1$ (**4 pont**), ezért 2011 perc után ugyanaz a szám jelenik meg, mint 1 perc után, vagyis ez a 30 lesz (**2 pont**). (Összesen **max. 16 pont**.)

6. osztály 14. feladat: $A_1A_{20}=1+2+3+...+19=190$ cm (**3 pont**), így $A_1M=A_1A_{20}:2=95$ cm (**3 pont**), továbbá $A_2N=A_2A_{19}:2=(190-1-19):2=85$ cm (**4 pont**) és $A_1N=A_1A_2+A_2N=86$ cm (**4 pont**). Ebből következik, hogy $MN=A_1M-A_1N=9$ cm (**2 pont**). Ettől eltérő helyes megoldás is összesen **16 pontot** ér.

7. osztály 14. feladat: Helyes ábra **1 pont**. Az *ABCD* paralelogramma szomszédos szögeinek összege 180° (**1 pont**), ezért ezek felének összege 90° (**2 pont**), így $MDA\measuredangle+DAM\measuredangle=90°$, $NCD\measuredangle+CDN\measuredangle=90°$, $PBC\measuredangle+BCP\measuredangle=90°$ és $QAB\measuredangle+ABQ\measuredangle=90°$ (**1 pont**), tehát a *DMA*, *DNC*, *CPB* és *AQB* szög is derékszög, vagyis *MNPQ* téglalap (**1 pont**). A *DGA* és a *GAB* szögek egyenlők, mert váltószögek (**1 pont**), de $GAB\measuredangle=GAD\measuredangle$, így a *DAG* háromszög egyenlő szárú (**2 pont**), tehát $DG=3{,}6$ cm, ahonnan $GC=DC-DG=2{,}7$ cm (**1 pont**). Az *ADG* egyenlő szárú háromszögben *DM* a csúcsszög szögfelezője, ami súlyvonal is, tehát *M* felezőpontja *AG*-nek (**2 pont**). Hasonlóan igazolható az *EBC* háromszög segítségével, hogy *P* felezőpontja *EC*-nek, valamint $AE=2{,}7$ cm (**1 pont**). Ezek alapján az *AECG* négyszög szemközti *AE* és *GC* oldalai egyenlő hosszúak és párhuzamosak, így *AECG* paralelogramma, amelynek *MP* középvonala. Tehát $MP=2{,}7$ cm (**1 pont**). A téglalap átlói egyforma hosszúak, ezért $NQ=MP=2{,}7$ cm (**2 pont**). (Összesen **max. 16 pont**.)



8. osztály 14. feladat: Legyen *AM* az átfogóhoz tartozó magasság, *F* pedig az átfogó felezőpontja. Ekkor az *MAC* és az *ABC* szög is 15°-os (**4 pont**). Az átfogóhoz tartozó súlyvonal fele olyan hosszú, mint az átfogó, ezért $AF=FC=10$ cm és $FAC\measuredangle=75°$ (**4 pont**). Ebből adódik, hogy $FAM\measuredangle=60°$, ahonnan $AFM\measuredangle=30°$ (**4 pont**). Tudjuk, hogy az *AMF* derékszögű háromszögben a 30°-os szöggel szemközti befogó fele az átfogónak, ezért *AM* fele *AF*-nek, vagyis $AM=5$ cm (**4 pont**). (Összesen **max. 16 pont**. Csak jó ábráért **2 pont** adható.)