BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY
ORSZÁGOS DÖNTŐ – SZÓBELI (2007. NOVEMBER 24.)

FELADATOK ÉS MEGOLDÁSOK

3. osztály

1. feladat (*2 pont*):
Anna, Béla és Csaba összesen 36 diót talált a kertben. Annának és Bélának együtt 27, Bélának és Csabának együtt 19 diója van. Mennyi diót találtak külön-külön a gyerekek?

Megoldás:
A 36 dióból 27 Annáé és Béláé, így 36 – 27 = 9 dió Csabáé. A 36-ból 19 Béláé és Csabáé, ezért 36 – 19 = 17 Annáé. Ezek után Bélának 27 – 17 = 10 diója van. A megoldást ellenőrizve valóban helyesnek találjuk, tehát Annának 17, Bélának 10 és Csabának 9 diója van.

2. feladat (*5 pont*):
Gondoltam egy kétjegyű számra. Felcseréltem a számjegyeit, majd a kapott számhoz hozzáadtam 15-öt. Az összegnek a felét vettem, végül a keletkezett szám jegyeit ismét felcseréltem. Melyik számra gondoltam, ha a végén a 62-t kaptam?

Megoldás:
Következtessünk visszafelé a feltételek szerint: a végén 62-t kaptunk, ez a felcserélés előtt 26 volt. A felezés előtti szám az 52, a 15 hozzáadása előtt ez 37 volt. A kezdeti felcserélés előtt pedig ebből adódóan 73 volt a szám. Ezzel ellenőrizve a végzett műveleteket, valóban a 62-t kapjuk, tehát a gondolt szám a 73.

3. feladat (*3 pont*):
Hányféle kétjegyű számot lehet kirakni az **1, 2, 3, 4** számkártyákból, ha minden számból több darab is rendelkezésünkre áll?

Megoldás:
Mindkét helyiértékre 4-féleképpen választhatunk, így az összes lehetőség száma 16.

BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY
ORSZÁGOS DÖNTŐ – SZÓBELI (2007. NOVEMBER 24.)

FELADATOK ÉS MEGOLDÁSOK

4. osztály

1. feladat (*2 pont*):
Helyettesítsétek a csillagokat számjegyekkel úgy, hogy igaz legyen az alábbi szorzás:

$$**\cdot 8 = *04$$

Keressétek meg az összes lehetséges megoldást!

Megoldás:
A kétjegyű szám egyeseinek helyén 3 vagy 8 állhat. Mindkét esetben két-két megoldást találunk:

$13\cdot 8 = 104$ és $63\cdot 8 = 504$, illetve $38\cdot 8 = 304$ és $88\cdot 8 = 704$.

2. feladat (*5 pont*):
Egy turista minden nap elköltötte meglévő pénzének felét és még 100 forintot. Így a negyedik nap végére fogyott el az összes pénze. Mennyi pénze volt eredetileg?

Megoldás:
Gondolkozzunk visszafelé:

4. nap	0 + 100 Ft	ez a fele	volt 200 Ft-ja
3. nap	200 + 100 Ft	ez a fele	volt 600 Ft-ja
2. nap	600 + 100 Ft	ez a fele	volt 1 400 Ft-ja
1. nap	1 400 + 100 Ft	ez a fele	volt 3 000 Ft-ja

Tehát a turistának eredetileg 3 000 forintja volt.

3. feladat (*3 pont*):
Hányféle kétjegyű számot lehet kirakni a **0, 1, 2, 3** számkártyákból, ha minden számból több darab is rendelkezésünkre áll?

Megoldás:
Az első helyiértékre 3, a másodikra 4-féle kártyából választhatunk, így az összes lehetőség száma 12.

BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY
ORSZÁGOS DÖNTŐ – SZÓBELI (2007. NOVEMBER 24.)

FELADATOK ÉS MEGOLDÁSOK

5. osztály

1. feladat (*2 pont*):
Melyik az a legnagyobb természetes szám, amelyik oda-vissza olvasva ugyanannyit ér, számjegyeinek összege 20, és minden számjegy legfeljebb háromszor fordul elő benne?

Megoldás:
Akkor lesz a keresett szám a legtöbb jegyű, ha van benne 3 nulla, és a középső nullára nézve tükrös a többi számjegy. A többiből már csak kettő-kettő lesz. Mivel $2\cdot(1+2+3+4)=20$, a keresett szám a 43 210 001 234.

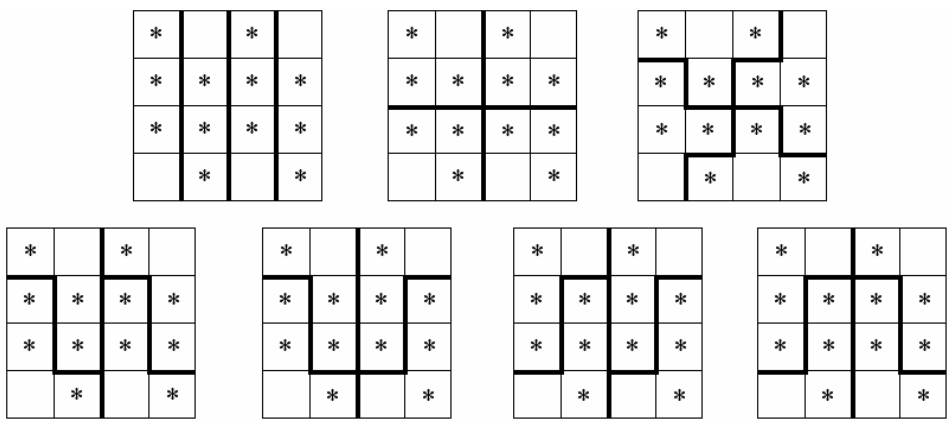
2. feladat (*5 pont*):
Egy osztályban a 15 lány közül 3 visel szemüveget, a fiúknak pedig a fele szemüveges. Az osztályban összesen 9 tanulónak van szemüvege. Hányan vannak az osztályban? A tanulók hányadrésze szemüveges?

Megoldás:
A szemüveges fiúk száma 9 – 3 = 6, ezért a fiúk száma 12. Az osztály létszáma 12 + 15 = 27. Az osztályba 27 tanuló jár, és a tanulók számának harmada szemüveges.

3. feladat (*3 pont*):
Osszátok fel a mellékelt négyzetet négy egyforma alakú és méretű részre úgy, hogy mindegyik részben 3 darab * legyen! Keressetek minél több megoldást!

*		*	
*	*	*	*
*	*	*	*
	*		*

Megoldás:
7 különböző helyes megoldás van:



BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY
ORSZÁGOS DÖNTŐ – SZÓBELI (2007. NOVEMBER 24.)

FELADATOK ÉS MEGOLDÁSOK

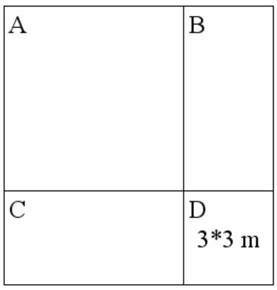
6. osztály

1. feladat (*2 pont*):
Mennyi a számjegyek szorzata a legkisebb olyan természetes számban, amely a számjegyeinek összegével elosztva 22-t ad maradékul?

Megoldás:
A számjegyek összege legalább 23, így a szám legalább 599. Ez 23-mal osztva 1-et ad maradékul, így ez nem jó. A következő lehetséges szám a 689, ami jó: $689 = 29 \cdot 23 + 22$. Tehát a válasz $6 \cdot 8 \cdot 9 = 432$.

2. feladat (*5 pont*):
A kertben egy négyzet alakú területen paradicsomot termesztek. Sajnos az idén kevés termett, ezért elhatároztam, hogy jövőre megnagyobbítom az ültetvényemet. A négyzet két szomszédos oldalát 3-3 méterrel megnövelem, így 162 tővel több paradicsomot fogok termeszteni. Hány méter volt eredetileg az ültetvényem oldala, ha négyzetméterenként mindig 2 tő paradicsomot ültetek?

Megoldás:



A D rész 9 m^2-es, ide 18 tő paradicsom jut, ezért az egyforma B és C részbe egyaránt (162 - 18) : 2 = 72 tő jut. Így ezek 36 m^2-esek. Mivel egyik oldalhosszuk 3 m, ezért a másik 12 m, ami éppen az A rész, az eredeti ültetvény oldalhossza.

3. feladat (*3 pont*):
Egy 1 méter hosszú és 6 deciméter széles téglalap alakú asztalt úgy terítenek le, hogy az asztalterítő nem takarja le teljesen az asztalt, hanem annak a szélétől mindenütt 20 cm-re van. Mekkora területet fed le az asztalterítő?

Megoldás:
A terítő hossza: $100 - 2 \cdot 20 = 60$ cm, szélessége: $60 - 2 \cdot 20 = 20$ cm. Így $60 \cdot 20$ = 1 200 cm^2 = 12 dm^2 területet fed le az asztalterítő.

BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY
ORSZÁGOS DÖNTŐ – SZÓBELI (2007. NOVEMBER 24.)

FELADATOK ÉS MEGOLDÁSOK

7. osztály

1. feladat (*2 pont*):
Zsuzsi gondolt egy természetes számra. A gondolt szám 3-mal, 6-tal és 9-cel való osztási maradékait összeadta, így 15-öt kapott. Mennyi maradékot kapna, ha a gondolt számot 18-cal osztaná?

Megoldás:
Az egyes maradékok legfeljebb 2, 5, 8 lehetnek, így az összegük legfeljebb 15. Tehát a szám 3-as, 6-os, 9-es maradéka rendre 2, 5, 8. Egyet hozzáadva a számhoz egy 3-mal, 6-tal és 9-cel osztható számot kapunk, ami így 18-cal is osztható. Tehát a gondolt szám 18-as maradéka 17.

2. feladat (*5 pont*):
Felírtunk a táblára négy számot. Egy-egy lépésben kiválaszthatsz közülük kettőt, azokat letörölheted, s mindegyik helyett eggyel-eggyel nagyobb számot írhatsz fel. Elérhető-e ilyen lépésekkel, hogy a táblán négy egyforma szám álljon, ha a kezdetben felírt négy szám

a) 2, 0, 0, 6 ?
b) 2, 0, 0, 7 ?

Megoldás:
a) Igen, például így:

2, 0, 0, 6	2, 1, 1, 6	2, 2, 2, 6	3, 3, 2, 6	3, 4, 3, 6
4, 4, 4, 6	5, 5, 4, 6	5, 6, 5, 6	6, 6, 6, 6	

b) Kezdetben a négy szám összege páratlan, és egy-egy lépésben a négy szám összege 2-vel nő, tehát ez az összeg mindig páratlan lesz, ami nem lehet négy egyforma szám összege.

3. feladat (*3 pont*):
Hány fokos szöget zár be egymással a paralelogramma két szomszédos szögének szögfelezője?

Megoldás:
90°-ot. Ugyanis a két szomszédos szög kiegészítő szöge egymásnak, így feleik összege 90°. A háromszög belső szögeinek összege 180°, így a két szögfelező szöge 180° – 90° = 90°.

BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY
ORSZÁGOS DÖNTŐ – SZÓBELI (2007. NOVEMBER 24.)

FELADATOK ÉS MEGOLDÁSOK

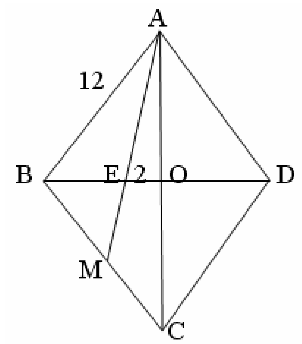
8. osztály

1. feladat (*2 pont*):
Van négy különböző tömegű tárgyunk. Hány mérést kell végeznünk egy kétkarú mérlegen, hogy nagyság szerint sorba rakjuk a tárgyakat?

Megoldás:
Négy tárgynak 24 féle sorrendje lehet. Egy-egy méréssel a lehetséges sorrendek felét tudjuk kizárni. Így legalább 5 mérésre van szükség. 5 mérés elegendő is, hiszen az első három méréssel három tárgyat sorba rendezhetünk. A negyedik méréssel a kimaradó negyediket összehasonlítjuk a középsővel. Ezután ötödik méréssel az előző eredménytől függően vagy a könnyebbel, vagy a nehezebbel hasonlítjuk össze.

2. feladat (*5 pont*):
Az *ABCD* rombusz *B*-nél lévő szöge 120°-os, átlóinak metszéspontja *O*, *BC* oldalának felezőpontja *M*. Mekkora a rombusz kerülete, ha *AM* a *BD* átlót *E*-ben metszi, és *EO* = 2 cm?

Megoldás:



Az *ABC* háromszögben *BO* és *AM* súlyvonalak, így *E* a háromszög súlypontja. Így $EO = \frac{1}{3}BO$, ahonnan $BO = 3 \cdot EO = 6$ cm. Mivel $ABC\measuredangle = 120°$, ezért $BAD\measuredangle = 60°$, és így *ABD* szabályos háromszög.
Így $2 \cdot BO = BD = AB = 12$ cm, a rombusz kerülete pedig $K_{ABCD} = 4 \cdot 12 = 48$ cm.

3. feladat (*3 pont*):
Melyik szám nagyobb és mennyivel: $x = 16^{17}$ vagy $y = 8^{23}$?

Megoldás:
Mivel $x = 16^{17} = (2^4)^{17} = 2^{68}$ és $y = 8^{23} = (2^3)^{23} = 2^{69} = 2 \cdot 2^{68} = x + x$, így *y* éppen *x*-szel nagyobb *x*-nél.