BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY
ORSZÁGOS DÖNTŐ – SZÓBELI (2006. NOVEMBER 25.)

FELADATOK ÉS MEGOLDÁSOK

5. osztály

1. feladat *(2 pont)*:

Péter és Pál egy 20 km-es út két végéről egyszerre indulnak el egymással szemben. A teljes távolságot Péter 4 óra, Pál 5 óra alatt tenné meg. Ha már mind a ketten gyalogoltak 2 órát, milyen messze lesznek egymástól?

Megoldás:

Péter 1 óra alatt 5, Pál 1 óra alatt 4 km-t tud megtenni, így 2 óra alatt Péter 10, Pál pedig 8 km-t tesz meg. Vagyis a 20 km-es távból 2 km marad köztük.

2. feladat *(5 pont)*:

Egy udvarban tyúkok és nyulak élnek, összesen 43 fejük és 124 lábuk van. Hány tyúk és hány nyúl van az udvarban?

Megoldás:

Többféleképpen is megoldható. (Például: elvarázsoljuk a nyulakat, kétlábúakká változtatjuk őket…). Az udvarban 24 tyúk és 19 nyúl van.

3. feladat *(3 pont)*:

Egy háromjegyű és egy kétjegyű szám különbsége 989. Mennyi az összegük?

Megoldás:

A legnagyobb különbség 999 és 10 esetén áll elő. Ez éppen 989, minden más esetben kisebb a különbség, tehát erről a két számról van szó. Ezek összege 1009.

BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY
ORSZÁGOS DÖNTŐ – SZÓBELI (2006. NOVEMBER 25.)

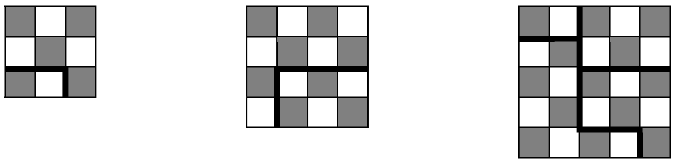
FELADATOK ÉS MEGOLDÁSOK

6. osztály

1. feladat *(2 pont)*:

Egy 3 és egy 4 méter oldalhosszú, négyzet alakú sakktáblamintás szőnyegből egy 5 méter oldalhosszú, négyzet alakú sakktáblamintás szőnyeget akarunk készíteni. Mindkét szőnyeget legfeljebb két darabra vághatjuk szét, és a mintát alkotó mezők belsejébe nem vághatunk bele. Tervezz egy olyan szétvágást, amellyel elkészíthető a nagy szőnyeg!

Megoldás:
Egy lehetséges darabolás és összeállítás a következő:



2. feladat *(5 pont)*:

Egy iskolai összejövetelen megkérdeztük a gyerekeket, kinek hány osztálytársa van jelen. A résztvevők mindegyike válaszolt. Öten mondták azt, hogy 4 osztálytársuk van ott, nyolcan mondtak 3-at, hárman 2-t és négyen 1-et. Minden gyereknek ott volt az osztályfőnöke is, más tanár viszont nem volt jelen. Hány gyerek és hány tanár vett részt az összejövetelen?

Megoldás:
Az egyik osztályból 5-en voltak és az 1 osztályfőnök. Két olyan osztály van, ahonnan 4-en – 4-en voltak és az 1-1 osztályfőnök; egy osztályból 3-an és az osztályfőnök; 2 osztályból 2-en és az 1-1 osztályfőnök. Így 20 gyerek és 6 tanár vett részt az összejövetelen.

3. feladat *(3 pont)*:

Egy henger alakú trappista sajtot három vágással legfeljebb hány részre tudsz szétvágni, ha a darabokat a vágás után egymáshoz képest nem mozdíthatod el? Hogyan?

Megoldás:
Nyolc részre: függőlegesen két egymásra merőleges vágással, valamint egy vízszintes vágással.

BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY
ORSZÁGOS DÖNTŐ – SZÓBELI (2006. NOVEMBER 25.)

FELADATOK ÉS MEGOLDÁSOK

7. osztály

1. feladat *(2 pont)*:

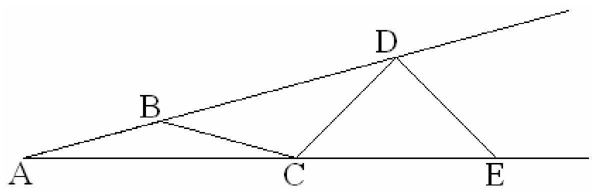
Egy hegyi túrán 19 fiatal vett részt, mindegyikük más-más településről érkezett. A túrát követő napokban elkezdtek egymással levelezni, mindegyikük 2 vagy 4 levelet adott fel. Lehetséges-e, hogy mindegyikük pontosan 3 levelet kapott?

Megoldás:

Minden levelet pontosan egyvalaki ad fel, és egyvalaki kap meg. Ezért az elküldött levelek száma megegyezik a megkapott levelek számával. Mindenki páros számú levelet adott fel, így összesen páros számú levelet kaptak meg. Ha mindenki 3 levelet kapna meg, akkor összesen $19 \cdot 3$ levelet kapnának meg, ami páratlan. Ez nem lehetséges, tehát nem kaphatott mindegyikük pontosan 3 levelet.

2. feladat *(5 pont)*:

Szerkessz egy 15^{o}-os szöget! A szög *A* csúcsától a vázlaton jelölt módon mérd fel egymás után az *AB* = *BC* = *CD* = *DE* = 2 cm hosszú szakaszokat. Mekkora a *CDE* szög? Meddig tudnád folytatni a 2 cm-es szakaszok felmérését?



Megoldás:

Egy derékszögből szögfelezéssel kapunk 45°-ot, majd mellé megszerkesztjük 60° felét; így 75°-ot kapunk, ezt 90°-ra kiegészítve megkapjuk a szerkesztendő 15°-os szöget.
A 2 cm-es szakaszok felmérésével egyenlő szárú háromszögek jöttek létre, így *DBC* szög külső szög lévén 2·15° = 30°-os. A *DCE* szög is külső szög, így mértéke 15° + 30° = 45°, ebből a *CDE* szög 90°-os.
Még két szakaszt lehet felmérni. Többet azért nem, mert a sorrendben rámérendő új *EF* és *FG* szakaszok közül *FG* már merőleges az *AB* szárra.

3. feladat *(3 pont)*:

Legyen $A=\left\{135n+2; 135n+3 \;\middle|\; 1 \le n \le 10,\ n \in \mathbb{N}\right\}$ és $B=\left\{n^2 \;\middle|\; 10 \le n \le 20,\ n \in \mathbb{N}\right\}$.

Hány eleme van az $A \cap B$ halmaznak?

Megoldás:

Az *A* halmaz minden eleme 2, 3, 7 vagy 8-ra végződő szám, a *B* elemei pedig négyzetszámok. Egyetlen négyzetszám sem végződhet 2-re, 3-ra, 7-re vagy 8-ra, így az $A \cap B$ halmaznak egyetlen eleme sincs.

BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY
ORSZÁGOS DÖNTŐ – SZÓBELI (2006. NOVEMBER 25.)

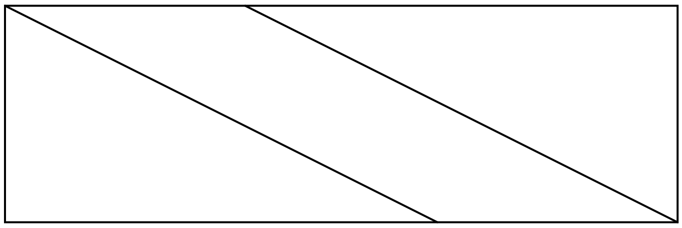
FELADATOK ÉS MEGOLDÁSOK

8. osztály

1. feladat *(2 pont)*:

Hogyan vágnál fel egy 8 cm és 14 cm oldalhosszú téglalapot két egyenes vágással három egyenlő területű részre úgy, hogy a kapott részek között két háromszög is legyen?

Megoldás:
A két szemközti csúcsot az ábra szerinti szemközti harmadoló pontokkal kötjük össze.



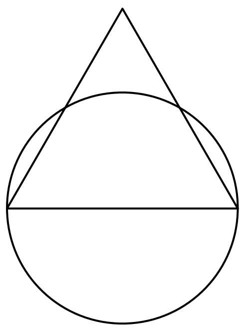
2. feladat *(5 pont)*:

Hét jó barát kapott egy csomag cukorkát. Amikor egymás között egyenlően elosztották, két szem cukorka megmaradt. Az osztozkodás közben egy újabb barátjuk is odaérkezett, erre az elosztást nyolcuk között újrakezdték. Ezúttal is egyenlően kapott mindegyikük, de most négy cukorka maradt meg, és mindegyikük héttel kevesebbet kapott, mint korábban. Hány cukorka volt a csomagban?

Megoldás:
Több megoldási mód is adható. Például: ha x az első elosztáskor egy-egy barátnak jutó cukorka darabszáma, akkor $7x + 2 = 8(x - 7) + 4$, ahonnan $x = 54$, így a csomagban a cukorkák száma $7 \cdot 54 + 2 = 380$.

3. feladat *(3 pont)*:

Egy kör átmérőjére – mint oldalra – egyenlő oldalú háromszöget szerkesztettünk. Állapítsd meg, hogy milyen arányban osztja fel a félkörívet a háromszög oldalaival alkotott két metszéspontja!



Megoldás:
A három körív egymással egyenlő. (A 60°-os szögekből következik.)