

BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY
KÖRZETI SZÓBELI FORDULÓ – 2005. OKTÓBER 29.

5. osztály

1. feladat (2 pont):

Józsi bácsi egy farkassal, egy kecskével és egy fej káposztával egy folyóhoz érkezik, amin át szeretne kelni. Csak egy olyan csónak áll rendelkezésére, amellyel a felsoroltak közül csak egyet vihet át magával. Ha ő nincs jelen, a farkas felfalja a kecskét, illetve a kecske felfalja a káposztát. Átjuttathatja-e a farkast, a kecskét és a káposztát a túlsó partra úgy, hogy mindhárom megmaradjon? Ha igen, hogyan? Ha nem, miért nem?

2. feladat (5 pont):

Hány különböző alakú téglalapot lehet összeállítani 72 darab egyforma négyzetlapból, ha egy-egy téglalaphoz mindegyik négyzetlapot fel kell használni?

MEGOLDÁS ÉS PONTOZÁSI ÚTMUTATÓ

1. feladat (2 pont):

Igen, átjuttathatja. Egy lehetséges mód a következő: Először átviszi a kecskét. Visszajön, átviszi a káposztát és visszahozza a kecskét. Átviszi a farkast és visszajön a kecskéért. Átviszi a kecskét. Így mindannyian a túlsó partra kerülnek.

Ha semmit sem kezdenek a feladattal: 0 pont

Részmegoldás: 1 pont

Teljes megoldás: 2 pont

2. feladat (5 pont):

A $72 = 1 \times 72 = 2 \times 36 = 3 \times 24 = 4 \times 18 = 6 \times 12 = 8 \times 9$ szorzat kéttényezős felbontásai szolgáltatják a hat eltérő megoldást.

Elméleti megvilágítás: 1 pont

Első két különböző megoldás: 1-1 pont

Minden további különböző megoldás: 0,5 pont

Ha nincs elméleti háttér, és rajzokkal válaszolnak, az első két rajz 1-1 pont, minden további rajz 0,5 pont

BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY
KÖRZETI SZÓBELI FORDULÓ – 2005. OKTÓBER 29.

6. osztály

1. feladat (2 pont):

Ha egy háromjegyű számból elveszünk 7-et, akkor 7-tel osztható, ha 8-at, akkor 8-cal osztható, ha pedig 9-et, akkor 9-cel osztható számot kapunk.
Melyik ez a háromjegyű szám?

2. feladat (5 pont):

Hogyan lehet 7 egyforma kenyeret igazságosan elosztani 12 éhes vándor között úgy, hogy egyik kenyeret se kelljen 12 vagy annál több részre vágni?
Próbáljuk minél kevesebb vágással megoldani a feladatot!

MEGOLDÁS ÉS PONTOZÁSI ÚTMUTATÓ

1. feladat (2 pont):

Ennek a számnak oszthatónak kell lennie 7-tel, 8-cal és 9-cel is, tehát $7 \times 8 \times 9 = 504$ -gyel. Ennek minden egyszerűsítővel különböző többszöröse már nem háromjegyű, így ez az egyetlen ilyen szám.

Ha semmit sem kezdenek a feladattal: 0 pont

Ha rájönnek, hogy 7, 8 és 9 többszöröse a keresett szám: 0,5 pont

Ha megtalálják az 504-et: 1 pont

Ha bizonyítják, hogy ez az egyetlen ilyen szám: 0,5 pont

2. feladat (5 pont):

Igazságosan mindegyik vándornak hét tizenketted részt kell kapnia. Mivel $\frac{7}{12} = \frac{3+4}{12} = \frac{3}{12} + \frac{4}{12} = \frac{1}{4} + \frac{1}{3}$, ezért mindegyikük kaphat egy negyed és egy harmad kenyeret. Ezt megvalósíthatjuk úgy, hogy 3 kenyeret negyedrészekre, 4 kenyeret harmadrészekre darabolunk. (Kevesebb vágást akkor kapnánk, ha félbe is vágnánk, de egy vándornak fél kenyér mellé egy tizenketted kenyeret kellene tennünk, ez 12-ed rész létrehozását is igényelné.)

Ha rátalálnak a jó eredményre vezető darabolásokra, de nem mutatják meg, hogy ekkor tényleg igazságos elosztás születik: 3 pont.

Ha megadják a darabolások helyes módját, de nem mondják meg, melyik vándor melyik fajtából mennyit kap: 4 pont

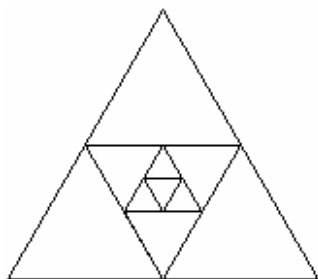
Teljes értékű megoldás: 5 pont

**BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY
KÖRZETI SZÓBELI FORDULÓ – 2005. OKTÓBER 29.**

7. osztály

1. feladat (2 pont):

Számítsuk ki az ábrán látható négy, egymásba rajzolt szabályos háromszög területének összegét, ha a legbelső kis háromszög területe 1.



2. feladat (5 pont):

19 db korongra felírtuk 1-től 19-ig az egész számokat. Szét lehet-e osztani a korongokat két csoportba úgy, hogy az egyik csoportba kerülő korongokra írt számok összege 40-nel nagyobb legyen a másik csoportba kerülő korongokra írt számok összegénél?

MEGOLDÁS ÉS PONTOZÁSI ÚTMUTATÓ

1. feladat (2 pont):

Egy szabályos háromszög belsejében a középvonalak valósítják meg a kívánt feldarabolást, és ezek 4 egyenlő területet származtatnak. Így a kért terület $1 + 4 + 16 + 64 = 85$ területegység.

A háromszögeken belüli területek egyenlőségének indoklása: 1 pont

Helyes válasz: 1 pont

2. feladat (5 pont):

Ha az egyik csoportban a számok összege x , akkor a másikban $1 + 2 + 3 + \dots + 19 - x$. Így igaz, hogy $x + 40 = 190 - x$ vagyis $x = 115$. Tehát az egyik csoportban a számok összege 115, a másikban 75. Kérdés, hogy a 75 elő tud-e állni néhány 20-nál kisebb, egymástól különböző pozitív egész összegeként. Ez többféleképpen is megvalósítható, pl.: $75 = 19 + 18 + 17 + 16 + 5 = 19 + 18 + 17 + 9 + 7 + 5 = \dots$. Tehát a korongokat szét lehet osztani a kívánt módon.

A számok csoportonkénti összegének meghatározása: 1+1 pont

Egy lehetséges szétosztás megvalósítása: 2 pont

Válasz megfogalmazása: 1 pont

**BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY
KÖRZETI SZÓBELI FORDULÓ – 2005. OKTÓBER 29.**

8. osztály

1. feladat (2 pont):

Egy hagyományos dobókockával háromszor dobunk egymás után, majd a dobott számjegyeket egymás mellé írjuk. Hányféle háromjegyű számot kaphatunk így? Ezek közül hány osztható 9-cel?

2. feladat (5 pont):

A 15 cm oldalú szabályos háromszög egy belső P pontjára a háromszög oldalaival párhuzamos egyeneseket fektetünk. Mely P pont(ok) választása esetén lesz a párhuzamosok háromszögbe eső szakaszainak összege a legnagyobb? Mekkora ez az összeg?

MEGOLDÁS ÉS PONTOZÁSI ÚTMUTATÓ

1. feladat (2 pont):

A háromjegyű szám 6-féleképpen kezdődhet (1, 2, 3, 4, 5 vagy 6-tal), hatféle folytatása lehet, és az egyesek helyiértékére is hatféle számjegy kerülhet. Tehát összesen: $6 \times 6 \times 6 = 216$ -féle háromjegyű számot kaphatunk. Ezek közül 9-cel oszthatók:

- a 666, ez idáig 1 darab;
- a 612 és ennek számjegyei felcseréléseiből keletkezők, összesen 6 darab;
- az 513 és számjegyei felcseréléseivel még 6 darab;
- az 522 és számjegyei cseréivel még 3 darab;
- a 414 és számjegyei felcseréléseivel még 3 darab;
- a 423 és számjegyei felcseréléseivel még 6 darab;
- és a 333, ami 1 darab.

Tehát közülük összesen 26 szám osztható 9-cel.

Ha semmit sem kezdenek a feladattal: 0 pont

Ha megtalálják a megfelelő háromjegyű számok számát (a 216-ot): 1 pont

Ha keresgélve megtalálnak néhányat, ami osztható 9-cel: 0,5 pont

Teljes megoldás: 2 pont

2. feladat (5 pont):

Létrejön három szabályos háromszög és három paralelogramma. Ha a szabályos háromszög oldalhosszait rendre a , b , c -vel jelöljük, akkor a paralelogrammák oldalhosszai rendre, a, b aztán b, c majd c, a . Így a nagy háromszög egy oldalának hossza $a + b + c$, ami 15 cm, míg a párhuzamosok háromszögbe eső szakaszainak összege $2(a + b + c) = 30$ cm. Tehát az összeg független P választott helyzetétől és ez mindig 30 cm.

Paralelogrammák megtalálása: 1 pont

Szabályos háromszögek megtalálása: 1 pont

A nagy háromszög és a paralelogramma ill. kis háromszögek oldalhosszai közötti kapcsolat felismerése: 1 pont

Ha helyesen találják meg a kért összeget (30 cm): 1 pont

Ha megválaszolják, mely P pontokra a legnagyobb az összeg (a szabályos háromszög minden belső pontjára): 1 pont

**BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY
KÖRZETI SZÓBELI FORDULÓ – 2005. OKTÓBER 29.**

5. osztály – „Villámkérdés”

3. feladat (3 pont):

Adjunk meg néhány (legalább kettő), nem feltétlenül különböző egész számot úgy, hogy a számok összege egyenlő legyen a szorzatukkal!

Megoldás és pontozás:

Pl. 2, 2 vagy 1, 2, 3, vagy 3, 3, 1, 1, 1, stb.

Nincs megoldás: 0 pont

Legalább egy jó megoldás: 3 pont

**BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY
KÖRZETI SZÓBELI FORDULÓ – 2005. OKTÓBER 29.**

6. osztály – „Villámkérdés”

3. feladat (3 pont):

Adott a síkon 4 pont. Kössük össze a pontokat egyenesekkel az összes lehetséges módon. Hány különböző egyenest kaphatunk?

Megoldás és pontozás:

Ha mind a 4 pont egy egyenesen van, akkor 1 egyenest kapunk.

Ha 3 pont egy egyenesre esik, akkor $1 + 3 = 4$ egyenest kapunk.

Ha nincs 3, amelyik egy egyenesre esne, akkor 6 egyenest kapunk.

Tehát 1, 4 vagy 6 egyenest kaphatunk.

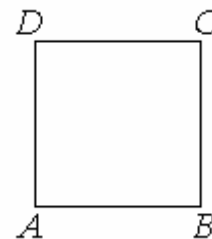
Minden lehetséges eset: 1-1 pont

BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY
KÖRZETI SZÓBELI FORDULÓ – 2005. OKTÓBER 29.

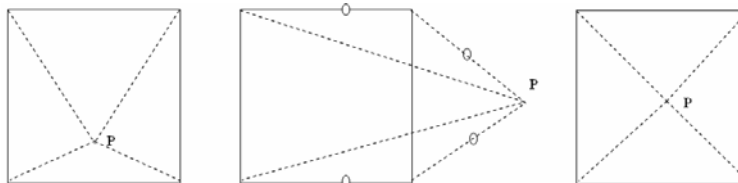
7. osztály – „Villámkérdés”

3. feladat (3 pont):

Adott a 2 cm oldalhosszú $ABCD$ négyzet. Keressük meg a négyzet síkjában azokat a P pontokat, amelyekre az ABP , BCP , CDP és DAP háromszögek mindegyike egyenlő szárú!



Megoldás és pontozás:



Az első két ábra mindegyikéből 4-4 megoldás van (90° -onként elforgatva), az utolsóból csak 1. Minden lehetséges ábra: 1-1 pont

BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY
KÖRZETI SZÓBELI FORDULÓ – 2005. OKTÓBER 29.

8. osztály – „Villámkérdés”

3. feladat (3 pont):

Hány jegyű a $25^{18} \cdot 2^{37} \cdot 13$ szorzat?

Megoldás és pontozás:

Mivel $25^{18} \times 2^{37} \times 13 = 5^{36} \times 2^{37} \times 13 = 10^{36} \times 2 \times 13 = 26 \times 10^{36}$, így az adott szám eredménye 26-tal kezdődik és 36 nullával folytatódik, tehát 38 jegyű a szorzat.

25 felírása 5 hatványaként: 1 pont

10 kitevőjének előállítás: 1 pont

Helyes válasz: 1 pont