„Agykutatóként azt kívánom hazám polgárainak, hogy az agyunkat egyre jobban lefoglaló külső információáradat ellenére képesek legyünk odafigyelni a lélek hangjára, több ezer éves hagyományainkat hordozó belső világunkra. Csak így állíthatjuk alkotóképességünket, vágyainkat, az együttműködő szellem erejét közös felemelkedésünk szolgálatába."

Idézet Dr. Freund Tamás akadémikus, az első Bolyai-díjas bejegyzéséből a Bolyai Díj Emlékkönyvébe. Budapest, 2000. április 2.

BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY®

BOLYAI FARKAS

2019/20.

NEMZETKÖZI DÖNTŐ

11. OSZTÁLY

BOLYAI JÁNOS

A rendezvény fővédnökei:
Prof. Dr. FREUND TAMÁS, a Magyar Tudományos Akadémia alelnöke
Dr. AÁRY-TAMÁS LAJOS, az Oktatási Jogok Biztosa

A verseny megálmodója és a feladatsorok összeállítója:
NAGY-BALÓ ANDRÁS középiskolai tanár

A honlap és az informatikai háttér működtetője:
CSUKA RÓBERT villamosmérnök

A feladatsorok lektorálója:
CSUKA RÓBERT középiskolai tanár

Anyanyelvi lektor:
PAPP ISTVÁN GERGELY középiskolai tanár

http://www.bolyaiverseny.hu

Az 1-5. feladatok megoldását a válaszlapon a megfelelő helyre tett X-szel jelöljétek! Előfordulhat, hogy egy feladatban több válasz is helyes.

1. Tudjuk, hogy $1 \le x \le 4$ és $2 \le y \le 3$. Milyen a értékeket vehet fel ekkor az $a = \dfrac{x-y}{x+y}$ kifejezés?

(A) *minden* $0 \le a \le \dfrac{1}{2}$ *értéket* **(B)** *minden* $-\dfrac{2}{9} \le a \le \dfrac{2}{9}$ *értéket*

(C) *minden* $-\dfrac{2}{9} \le a \le \dfrac{2}{5}$ *értéket* **(D)** *minden* $-\dfrac{2}{5} \le a \le \dfrac{2}{9}$ *értéket*

(E) *minden* $-\dfrac{2}{5} \le a \le \dfrac{2}{5}$ *értéket*

2. Az *ABCD* konvex négyszögben *M* a *BC*-nek, *N* a *CD*-nek felezőpontja. Legyen *P* az *AM* és *BN* metszéspontja. Ha $\dfrac{PM}{AM} = \dfrac{1}{5}$ és $\dfrac{PB}{BN} = \dfrac{2}{5}$, akkor az alábbiak közül melyik állítás igaz biztosan az *ABCD* négyszögre?

(A) *ABCD trapéz* **(B)** *ABCD deltoid* **(C)** *ABCD paralelogramma*
(D) *ABCD téglalap* **(E)** *ABCD négyzet*

3. Öt autó közlekedik egy szabályos kör alakú versenypályán. Az autókat Attila, Bálint, Csaba, Dóra és Evelin vezetik ebben a sorrendben, a rendszámtáblán pedig az 1, 2, 3, 4, és 5 áll, ám nem feltétlenül ebben a sorrendben kapcsolódnak az autókhoz. Minden sofőr csak a közvetlenül előtte haladó, valamint a közvetlenül mögötte haladó autó rendszámtábláját látja, de a sajátjukat természetesen nem és azokat nem is ismerik. A sofőröknek egy fejhallgatón keresztül tesznek fel kérdéseket. Miután a sofőrök megválaszolták őket, a kérdező elmondja minden sofőrnek a többi-ek válaszát.

Kérdező: –Az autód rendszáma négyzetszám?
Mindenki: –Nem tudom.
Kérdező: –Az autód rendszáma négyzetszám?
Attila, *Bálint*, *Csaba* és *Dóra*: –Nem tudom! *Evelin*: –Nem.
Kérdező: –A rendszámtáblád száma nagyobb, mint a mögötted haladó autóé?
Dóra: – Nem tudom! *Bálint* és *Evelin*: – Nem. *Attila* és *Csaba*: – Igen.

Az alábbiakból kinek melyik lehet a rendszáma? (Mindenki a valóságnak megfelelően válaszolt.)

(A) *Attila 3* **(B)** *Bálint 5* **(C)** *Csaba 4* **(D)** *Dóra 2* **(E)** *Evelin 1*

4. Andris egy olyan trapézt (négyszög, melynek van két párhuzamos oldala) rajzolt, amely alapjainak hossza 10 cm és 20 cm, magasságának hossza pedig 12 cm. Az alábbiak közül hány centiméter lehet ennek a trapéznak a kerülete?

(A) *48* **(B)** *52* **(C)** *56* **(D)** *60* **(E)** *64*

5. Egy téglalap az oldalaival párhuzamos egyenesekkel több mezőre van feldarabolva. Laci beszínezte a téglalap egyik mezőjét. Ezután Karcsi egymás után többször is beszínezhet egy-egy újabb mezőt, ha az éppen színezendő mezőnek páratlan számú olyan szomszédja van, amelyik már be van színezve. (Két mező szomszédos, ha van közös határoló szakaszuk.) Ekkor Laci választásától függetlenül Karcsi biztosan beszínezheti a téglalap összes fennmaradó mezőjét, ha a téglalap mezőinek száma

(A) 6×6 **(B)** 6×7 **(C)** 9×10 **(D)** 10×10 **(E)** 11×11